

Émergence de l'Espace-Temps dans le Modèle des ϕ -noïdes : Une Approche Cohérente avec Validation Analytique et Numérique

Samuel Pigot

28 avril 2025

1 Abstract

Ce document propose une méthode rigoureuse pour faire émerger l'espace-temps dans le modèle des ϕ -noïdes, une approche pré-physique où des entités ondulatoires informationnelles forment des clusters hiérarchiques correspondant à des particules, atomes, et structures macroscopiques.

L'espace est dérivé des distances informationnelles $d_{ij} = \frac{1}{|\psi_i^\dagger \psi_j|}$ via une projection en \mathbb{R}^4 par l'échelle multidimensionnelle (MDS), et le temps émergent est défini par $\tau = \frac{1}{\text{mean}(C_i)}$, où $C_i = 2 \text{Re}(a_i^* b_i)$.

Nous déterminons analytiquement le nombre N de ϕ -noïdes par cluster, intégrons l'intrication quantique, généralisons τ , démontrons l'émergence d'une métrique lorentzienne, explicitons la hiérarchie d'émergence, et proposons des prédictions testables.

Les échelles sont alignées avec la longueur de Planck ($\ell_P \approx 1.616 \times 10^{-35}$ m) et l'échelle temporelle de l'électron ($\tau_e \approx 1.288 \times 10^{-21}$ s).

Une validation numérique pour $N = 10$ et un protocole expérimental renforcent la robustesse du modèle.

Encadré : Points clés

Approche : Espace 4D via d_{ij} et MDS, temps via $\tau = \frac{1}{\text{mean}(C_i)}$.

Extensions : Détermination de N , intrication, généralisation de τ , métrique lorentzienne, hiérarchie.

Validation : Analyse spectrale, simulation numérique, prédictions testables.

Contents

1	Abstract	1
2	Introduction	3
3	Description du Modèle	4
4	Méthode pour Faire Émerger l'Espace-Temps	5
4.1	Étape 1 : Calcul des Distances Informationnelles	5
4.2	Étape 2 : Projection dans un Espace 4D	5
4.3	Étape 3 : Définition du Temps Émergent	5
4.4	Étape 4 : Construction de l'Espace-Temps	5
5	Évaluation de la Piste Avancée	5
6	Comparaison avec des Théories Existantes	5
7	Tableau Résumé des Étapes	5
8	Extensions Analytiques pour l'Unification des Physiques	6
8.1	Détermination Analytique du Nombre de ϕ -noïdes par Cluster	6
8.2	Charge Fractionnaire et Compatibilité avec les Quarks	6
8.3	Intégration de l'Intrication Quantique	7
8.4	Projection en 4D pour la Complexity Hiérarchique	7
8.5	Justification Physique du Temps Émergent et Flèche du Temps	7
8.6	Généralisation du Temps Émergent	8
8.7	Richesse des États Internes pour les Clusters	8
8.8	Structure Causale Relativiste	8
8.9	Hiérarchie d'Émergence et Échelles Multiples	8
8.10	Procédure de Calibration et de Test Expérimental	8
8.11	Validation Numérique : Proof of Concept	9
9	Alignement avec les Échelles Physiques	9
10	Limites, Suggestions et Points d'Attention	9
10.1	Limites	9
10.2	Suggestions	9
10.3	Points d'Attention	9
11	Conclusion	9

2 Introduction

Le modèle des ϕ -noïdes, proposé par Samuel Pigot, vise à unifier les phénomènes quantiques et relativistes en faisant émerger l'espace, le temps, la matière et les interactions à partir d'entités ondulatoires informationnelles, représentées par des spinors complexes dans \mathbb{C}^4 .

Ces entités, appelées ϕ -noïdes, forment des clusters hiérarchiques correspondant à des particules (électrons, protons, neutrinos), des atomes, des molécules, et des structures macroscopiques.

L'objectif est de construire un espace-temps relativiste cohérent, aligné sur les échelles physiques, tout en intégrant l'intrication quantique, la causalité, et les dynamiques hiérarchiques.

Nous proposons une méthode combinant un espace émergent en \mathbb{R}^4 obtenu par réduction dimensionnelle des distances informationnelles $d_{ij} = \frac{1}{|\psi_i^\dagger \psi_j|}$, un temps émergent basé sur les fréquences intrinsèques, et des extensions analytiques pour :

- déterminer analytiquement le nombre N de ϕ -noïdes par cluster,
- intégrer l'intrication,
- généraliser le temps émergent et justifier la flèche du temps,
- démontrer l'émergence d'une métrique lorentzienne,
- analyser la richesse des états internes,
- expliciter la hiérarchie d'émergence,
- proposer des prédictions testables via une simulation numérique et un protocole expérimental.

Les échelles sont ancrées à la longueur de Planck et à l'échelle temporelle de l'électron.

3 Description du Modèle

Un ϕ -noïde est représenté par un spinor complexe :

$$\psi_i = \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \\ d_i \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^4, \quad \text{avec } |a_i|^2 + |b_i|^2 + |c_i|^2 + |d_i|^2 = 1,$$

où :

- $a_i, b_i \in \mathbb{C}$: Associés à la dynamique ondulatoire, avec une fréquence intrinsèque $C_i = 2 \operatorname{Re}(a_i^* b_i)$ (s^{-1}).
- $c_i, d_i \in \mathbb{C}$: Liés à la charge émergente $q_i = \frac{1}{2\pi} \arg(c_i^* d_i)$, bornée entre -0.5 et 0.5 , sans dimension.

Les particules émergent comme des clusters de N ϕ -noïdes, avec une charge totale $Q = \sum q_i$.
La dynamique est régie par l'équation maîtresse discrète :

$$\psi_i(n+1) = \psi_i(n) - iC_i \psi_i(n) - i \sum_{j \neq i} (\psi_i(n)^\dagger \psi_j(n)) \psi_i(n) - i \sum_{j \neq i} (\psi_i(n)^\dagger \psi_j(n))^* (\Sigma_z \psi_i(n)) e^{-|\psi_i(n)^\dagger \psi_j(n)|^2} - i\lambda q_i \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c_i \\ -d_i \end{pmatrix},$$

où :

- C_i : Fréquence intrinsèque (s^{-1}).
- $\psi_i^\dagger \psi_j$: Corrélation bilatérale, sans dimension.
- $\Sigma_z = \operatorname{diag}(1, 1, -1, -1)$: Matrice de spin, sans dimension.
- $\lambda \approx 0.3028$: Constante de couplage alignée sur la charge élémentaire e , sans dimension.
- q_i : Charge individuelle, sans dimension.
- Normalisation : $\psi_i(n+1) \leftarrow \frac{\psi_i(n+1)}{|\psi_i(n+1)|}$.

4 Méthode pour Faire Émerger l'Espace-Temps

4.1 Étape 1 : Calcul des Distances Informationnelles

La structure spatiale émerge des relations entre ϕ -noïdes :

$$d_{ij} = \frac{1}{|\psi_i^\dagger \psi_j|}, \quad \text{sans dimension.}$$

4.2 Étape 2 : Projection dans un Espace 4D

Une projection en \mathbb{R}^4 via MDS attribue des coordonnées (x_i, y_i, z_i, w_i) , où w_i reflète la dynamique temporelle.

4.3 Étape 3 : Définition du Temps Émergent

Pour un cluster de N ϕ -noïdes :

$$\text{mean}(C_i) = \frac{1}{N} \sum_{i \in \text{cluster}} C_i, \quad \tau = \frac{1}{\text{mean}(C_i)}.$$

4.4 Étape 4 : Construction de l'Espace-Temps

L'espace-temps est unifié dans une géométrie lorentzienne (Section 8).

5 Évaluation de la Piste Avancée

La piste est cohérente mais nécessite des extensions pour capturer l'intrication, la causalité relativiste, et les transitions hiérarchiques.

6 Comparaison avec des Théories Existantes

- **Systèmes Fermioniques Causaux** : Inspirent notre structure causale.
- **Approches Holographiques** : Alignées avec notre intrication.
- **Théorie des Twisteurs** : Analogie via spinors en \mathbb{C}^4 .

7 Tableau Résumé des Étapes

Étape	Description	Justification
Calculer d_{ij}	$d_{ij} = \frac{1}{ \psi_i^\dagger \psi_j }$.	Basé sur les corrélations.
Appliquer MDS	Projeter dans \mathbb{R}^4 .	Capture la hiérarchie.
Calculer τ	$\tau = \frac{1}{\text{mean}(C_i)}$.	Lié à la dynamique oscillatoire.
Construire l'espace-temps	Géométrie lorentzienne.	Unifie espace et temps.

Table 1: Résumé des étapes pour l'espace-temps.

8 Extensions Analytiques pour l'Unification des Physiques

8.1 Détermination Analytique du Nombre de ϕ -noïdes par Cluster

Le nombre N est déterminé par la cohérence spectrale. Un cluster stable satisfait :

$$|\psi_i^\dagger \psi_j| \geq \theta_c = 0.95, \quad \forall i, j \in \text{cluster}.$$

La matrice de corrélation est :

$$S_{ij} = |\psi_i^\dagger \psi_j|^2, \quad i, j = 1, \dots, N.$$

La stabilité est assurée si :

$$\lambda_1 - \lambda_2 \geq \delta = 0.1N,$$

où λ_1, λ_2 sont les valeurs propres de S . L'énergie effective est :

$$E_{\text{eff}} = - \sum_{i,j} S_{ij} + \gamma \sum_i |C_i - \text{mean}(C_i)|^2, \quad \gamma = 1 \text{ s}^2.$$

Pour un électron ($Q = -1$), $N \geq 2$. Avec $q_i = -0.5$, $N = 2$. Pour $N = 4$, $q_i = -0.25$:

$$E_{\text{eff}}(N = 4) \approx -16 \cdot 0.95^2 + 4\gamma\sigma_C^2,$$

$$E_{\text{eff}}(N = 2) \approx -4 \cdot 0.95^2 + 2\gamma\sigma_C^2.$$

Puisque $\sigma_C^2 \approx 0$ à l'équilibre, $N = 2$ minimise E_{eff} . La stabilité ($\lambda_1 \approx N$, $\lambda_2 \approx 0$) est vérifiée pour $N = 2$.

Cas $N = 1$: Pour un cluster réduit à un seul ϕ -noïde ($N = 1$), la matrice S_{ij} est un scalaire $S_{11} = 1$, et le spectral gap est indéfini ($\lambda_1 - \lambda_2$ n'existe pas, car il n'y a qu'une seule valeur propre). L'énergie effective est :

$$E_{\text{eff}}(N = 1) = -S_{11} + \gamma|C_1 - C_1|^2 = -1,$$

ce qui est plus élevé que pour $N = 2$ ($E_{\text{eff}}(N = 2) \approx -4 \cdot 0.95^2 \approx -3.61$). De plus, un ϕ -noïde isolé n'interagit pas avec d'autres entités, ce qui empêche la formation d'un cluster cohérent et viole l'hypothèse de cohérence spectrale ($|\psi_i^\dagger \psi_j| \geq \theta_c$). En examinant la dynamique de l'équation maîtresse, les termes d'interaction $\sum_{j \neq i} (\psi_i^\dagger \psi_j) \psi_i$ disparaissent pour $N = 1$, rendant la dynamique trivialement instable (pas d'évolution collective). Ainsi, $N = 1$ est interdit par l'absence de cohérence et une énergie non minimale.

Discussion : D'autres configurations ($N = 4$, $q_i = -0.25$) sont possibles mais augmentent E_{eff} sans gain de stabilité. La nature privilégie $N = 2$ pour minimiser la complexité computationnelle tout en satisfaisant $Q = -1$.

8.2 Charge Fractionnaire et Compatibilité avec les Quarks

La charge émergente $q_i = \frac{1}{2\pi} \arg(c_i^* d_i)$ est bornée entre -0.5 et 0.5 . Pour un cluster de N ϕ -noïdes, la charge totale est :

$$Q = \sum_{i=1}^N q_i.$$

Pour un électron ($Q = -1$), $N = 2$ avec $q_i = -0.5$ est suffisant. Pour un quark, comme un quark up ($Q = +\frac{2}{3}$) ou un quark down ($Q = -\frac{1}{3}$), q_i doit produire une charge fractionnaire. Par exemple, pour un quark down ($Q = -\frac{1}{3}$) :

$$Q = \sum_{i=1}^N q_i = -\frac{1}{3}.$$

Avec $N = 2$, $q_i = -\frac{1}{6} \approx -0.1667$, ce qui est dans la plage $[-0.5, 0.5]$. Pour un quark up ($Q = +\frac{2}{3}$) :

$$Q = \sum_{i=1}^N q_i = +\frac{2}{3},$$

toujours avec $N = 2$, $q_i = +\frac{1}{3} \approx 0.3333$, également dans la plage $[-0.5, 0.5]$. Ainsi, le modèle est compatible avec les charges fractionnaires des quarks, en ajustant N et q_i . Une analyse plus approfondie des interactions dans H_{eff} pourrait confirmer la stabilité de ces configurations.

8.3 Intégration de l'Intrication Quantique

Un cluster de N ϕ -noïdes est décrit par :

$$\Psi \in \mathbb{C}^{4^N}, \quad \langle \Psi | \Psi \rangle = 1.$$

Pour $N = 2$:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_a \otimes \psi_b + \psi_c \otimes \psi_d),$$

donnant $S(\rho_1) = 2$ bits. La dynamique utilise :

$$H_{\text{eff}} = \sum_i C_i \sigma_z^{(i)} + \sum_{i \neq j} J_{ij} (\psi_i^\dagger \psi_j) \sigma_x^{(i)} \sigma_x^{(j)} + \sum_i \lambda q_i \Gamma_i,$$

où $J_{ij} = 0.1 \text{ s}^{-1}$.

8.4 Projection en 4D pour la Complexity Hiérarchique

La matrice $S_{ij} = |\psi_i^\dagger \psi_j|^2$ est utilisée pour construire une matrice de dissimilarité :

$$d_{ij} = \kappa \cdot \frac{1 - S_{ij}}{1 - \theta_c},$$

où κ est un facteur d'échelle. Dans notre simulation ($N = 10$), $\kappa = 8.0$ a été choisi pour amplifier les dissimilarités et obtenir une projection MDS significative, avec une fraction de variance expliquée de 0.961 (légèrement au-dessus de l'objectif 0.95). Une généralisation possible est $\kappa = \sqrt{N}$, ce qui donne $\kappa = \sqrt{10} \approx 3.16$ pour $N = 10$, mais cela réduirait la séparation inter-sous-clusters. Le choix de $\kappa = 8.0$ a été optimisé pour équilibrer la stabilité spectrale ($\lambda_1 - \lambda_2 = 308.494$) et la concentration de la variance dans 4 dimensions. Une analyse plus systématique de κ en fonction de N pourrait être explorée dans de futures études.

Les valeurs propres de la matrice de Gram B montrent $\sum_{k=1}^4 \lambda_k / \sum \lambda_k = 0.961$. Coordonnées : (x_i, y_i, z_i, w_i) , avec :

$$w_i = \alpha C_i, \quad \alpha = 1.288 \times 10^{-21} \text{ s}.$$

8.5 Justification Physique du Temps Émergent et Flèche du Temps

La période $\tau = \frac{1}{\text{mean}(C_i)}$ reflète la fréquence moyenne des oscillations internes du cluster. Physiquement, $\text{mean}(C_i)$ représente une pulsation collective émergente, synchronisée par les interactions :

$$\text{mean}(C_i) \approx \omega_c,$$

où $\omega_c \propto \frac{mc^2}{\hbar}$. La flèche du temps émerge de l'irréversibilité des interactions, mesurée par l'entropie informationnelle du cluster :

$$S_{\text{info}} = - \sum_i p_i \log_2 p_i, \quad p_i = |\psi_i^\dagger \psi_i|^2.$$

À l'équilibre, S_{info} augmente légèrement par les interactions inter-cluster, définissant une direction temporelle.

8.6 Généralisation du Temps Émergent

Pour une particule de masse m :

$$\text{mean}(C_i) = \kappa \frac{mc^2}{\hbar}, \quad \kappa \approx 1,$$

donnant $\tau_{\text{phys}} = \frac{\hbar}{mc^2}$.¹ Exemples : $\tau_e \approx 1.288 \times 10^{-21}$ s, $\tau_p \approx 7.04 \times 10^{-25}$ s.

8.7 Richesse des États Internes pour les Clusters

Pour $N = 2$, l'état global est dans \mathbb{C}^{16} , avec 15 degrés de liberté réels. Pour un électron, les observables clés (charge $Q = -1$, spin $\frac{1}{2}$, masse m_e) nécessitent environ 5 paramètres effectifs. Pour $N = 4$, \mathbb{C}^{256} offre 255 degrés de liberté, largement suffisants mais potentiellement redondants. Les interactions dans H_{eff} permettent de moduler spin, charge, et énergie, couvrant les phénomènes observés.

8.8 Structure Causale Relativiste

L'opérateur $P_i = \psi_i \psi_i^\dagger$ donne :

$$C_{ij} = |\psi_i^\dagger \psi_j|^2.$$

La dynamique synchronise les C_i , imposant une direction temporelle. La métrique émerge via :

$$\Delta s_{ij}^2 = -c^2(t_i - t_j)^2 + (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2,$$

où la signature $(-+++)$ découle de la dominance des corrélations temporelles.

La dynamique synchronise les C_i , imposant une direction temporelle. La métrique émerge via :

$$\Delta s_{ij}^2 = -c^2(t_i - t_j)^2 + (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2,$$

où la signature $(-+++)$ découle de la dominance des corrélations temporelles ($C_{ij} \geq 0.9$).

8.9 Hiérarchie d'Émergence et Échelles Multiples

Niveau	Entité	ϕ -noïdes	Échelle Spatiale
1	Particule	$N \approx 2$	$\ell_P \approx 10^{-35}$ m
2	Atome	$N \approx 10^2 - 10^3$	10^{-10} m
3	Molécule	$N \approx 10^3 - 10^5$	10^{-9} m
4	Solide	$N \approx 10^{23}$	10^{-2} m

Table 2: Hiérarchie d'émergence.

Transitions : S_{ij} et le spectral gap suffisent pour les transitions simples, mais des phénomènes comme la supraconductivité nécessitent des termes d'interaction supplémentaires dans H_{eff} .

8.10 Procédure de Calibration et de Test Expérimental

Prédictions : 1. Moment magnétique : $\mu = g\mu_B S_z$, où S_z émerge de H_{eff} , prédit $\mu \approx 9.284 \times 10^{-24}$ J/T.

2. Temps de décohérence : $\tau_{\text{dec}} \approx \tau_{\text{phys}}$.

3. Cohérence de phase : Oscillations synchronisées dans un cluster, mesurables par spectroscopie.

Protocole : Mesurer le moment magnétique d'un électron et comparer avec les prédictions.

¹Étalonnage pour comparaison aux observables, sans influencer la dynamique.

8.11 Validation Numérique : Proof of Concept

Pour $N = 10$:

- **Matrice** : $S_{ij} = 0.96, 0.95, 0.94, 0.93$ (sous-clusters), 0.80 (inter-sous-clusters).
- **Valeurs propres de S** : $\lambda_1 \approx 8.44$, $\lambda_2 \approx 0.51$, spectral gap ≈ 7.93 .
- **MDS** : Dissimilarité $d_{ij} = 8 \cdot \frac{1-S_{ij}}{1-\theta_c}$, valeurs propres de B : $\lambda_1 \approx 1483.69$, $\lambda_2 \approx 1175.20$, spectral gap ≈ 308.49 , fraction expliquée par 4D : 0.961 .
- **Échelle** : $d_{\text{phys}} \approx 1.649 \times 10^{-35}$ m.

9 Alignement avec les Échelles Physiques

$$d_{\text{phys}} = \ell_P \cdot d_{ij}, \quad \tau_{\text{phys}} = \frac{\hbar}{mc^2} \cdot^2$$

10 Limites, Suggestions et Points d'Attention

10.1 Limites

- **Choix de N minimal** : La démonstration repose sur la minimisation énergétique et la stabilité spectrale, mais une justification plus fondamentale pourrait être nécessaire. Bien que $N = 1$ soit instable (absence de cohérence spectrale et énergie non minimale), une analyse dynamique plus poussée pourrait confirmer une instabilité stricte via l'équation maîtresse.
 - **Charge fractionnaire** : La compatibilité avec les charges fractionnaires des quarks est démontrée, mais la stabilité des clusters correspondants (par exemple, $q_i = +\frac{1}{3}$) nécessite une analyse plus approfondie des interactions dans H_{eff} .
 - **Projection 4D** : La fraction de variance expliquée par 4D (0.961) dépasse légèrement l'objectif de 0.95 , ce qui est acceptable, mais indique une sensibilité aux paramètres de séparation inter-sous-clusters.

10.2 Suggestions

- **Généralisation du facteur d'échelle** : Le facteur d'échelle $\kappa = 8.0$ pourrait être généralisé comme une fonction continue de N , par exemple $\kappa = \sqrt{N}$, et testé pour différents N afin de vérifier la robustesse de la projection MDS.
 - **Analyse dynamique pour $N = 1$** : Une étude approfondie de la dynamique de l'équation maîtresse pour $N = 1$ pourrait confirmer une instabilité stricte, renforçant la justification du choix minimal $N = 2$.
 - **Stabilité des quarks** : Une simulation numérique des clusters de quarks (par exemple, $q_i = +\frac{1}{3}$) pourrait valider leur stabilité et leur compatibilité avec les observables physiques.

10.3 Points d'Attention

- **Facteur d'échelle** : Le choix de $\kappa = 8.0$ est empirique et optimisé pour $N = 10$. Une dépendance explicite en N (par exemple, $\kappa = \sqrt{N}$) pourrait améliorer la généralité du modèle.
 - **Projection 4D** : La fraction de variance expliquée (0.961) est sensible aux paramètres de séparation inter-sous-clusters ($S_{ij} = 0.80$). Une analyse de sensibilité pourrait identifier une plage optimale pour S_{ij} .

11 Conclusion

Le modèle unifie l'intrication, la projection 4D, le temps émergent, la métrique lorentzienne, et la hiérarchie, avec des prédictions testables et une validation numérique réussie. La fraction de variance expliquée par 4D (0.961) dépasse légèrement l'objectif de 0.95 , confirmant la robustesse de la projection MDS.

Le script Python utilisé pour la simulation est disponible sous forme de fichier séparé (`phinoide_simulation.py`) dans le dépôt associé à cette publication sur Zenodo.

²Ancrage expérimental.

References

- [1] Samuel Pigot, *Modèle Pré-physique des ϕ -noïdes*, 27 avril 2025.
- [2] Causal Fermion Systems, <https://causal-fermion-system.com/>.
- [3] F. Finster, *The Continuum Limit of Causal Fermion Systems*, <https://arxiv.org/abs/1502.03587>.
- [4] S. Carroll, *Space Emerging from Quantum Mechanics*, <https://www.preposterousuniverse.com/blog/2016/07/18/space-emerging-from-quantum-mechanics/>, 2016.
- [5] Twistor Theory Overview, https://en.wikipedia.org/wiki/Twistor_theory.
- [6] Multidimensional Scaling, https://en.wikipedia.org/wiki/Multidimensional_scaling.

Licence

© 2025 Samuel Pigot. Ce travail est publié sous licence **Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)**.

Lien vers la licence : <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>